(2) $X + \frac{5}{144} = \frac{1}{18}$

$X = \frac{1}{18} - \frac{5}{144}$

$\boxed{X = \frac{3}{144}}$.

Перейдем в промилле системы и подставим значение X в уравнение (3).

(3) $\frac{3}{144} + Z = \frac{1}{36}$

$Z = \frac{1}{36} - \frac{3}{144}$

$\boxed{Z = \frac{1}{144}}$.

Тогда чтобы найти окончательное время сделано разделить весь объем клубники на суммарную производительность.

$$\frac{1}{\frac{5}{144} + \frac{3}{144} + \frac{1}{144}} = \frac{1}{\frac{9}{144}} = 1 : \frac{9}{144} = 1 \cdot \frac{144}{9} =$$

$$= \frac{144}{9} \text{ мин} = 16 \text{ мин}$$

Ответ: 16 мин.

№ 04

$$\left| \frac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2+1 \Leftrightarrow \text{Одно отрицательное решение!}$$

$$\left| \frac{x^3 - 3x + x^2 + 4x + 4 - x^3 - 6}{x + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - 1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^2 + x - 2}{x + 3 - 1} \right| = a^2+1$$

$$\left| \frac{x^2 + x - 2}{x + 2} \right| = a^2+1$$

ОГР:

$x + 2 \neq 0$

$x \neq -2$

$x^2 + x - 2 \neq 0$

по т. Виета

$\begin{cases} x_1 \neq 1 \\ x_2 \neq -2 \end{cases}$

Продолжение решения на листе 2

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

№1 Выразим производительность Бориса, Арсения и Романа в кг/мин, тогда путь $P(B) = X$; $P(A) = y$; $P(P) = z$, тогда получаем систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} 9(x+y) = 0{,}5 \mid :9 \\ 12(y+z) = 0{,}5 \mid :12 \\ 18(x+z) = 0{,}5 \mid :18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{2} : 9 \\ y+z = \frac{1}{2} : 12 \\ x+z = \frac{1}{2} : 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{2 \cdot 9} \\ y+z = \frac{1}{2 \cdot 12} \\ x+z = \frac{1}{2 \cdot 18} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \\ y+z = \frac{1}{24} \\ x+z = \frac{1}{36} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \quad (1) \\ z = \frac{1}{24} - y \quad (2) \\ x+z = \frac{1}{36} \quad (3) \end{cases}$$

Подставим значение $z \geq 6$ уравнение (3) и составим новую систему

$$\begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \\ x + \left(\frac{1}{24} - y\right) = \frac{1}{36} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \\ x + \frac{1-24y}{24} = \frac{1}{36} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \quad (1) \\ x = \frac{1}{36} - \frac{1-24y}{24} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \\ x = \frac{2-3(1-24y)}{72} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \\ x = \frac{2-3+72y}{72} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{1}{18} \quad (1) \\ x = \frac{72y-1}{72} \quad (2) \end{cases}$$

Подставим:

(2) в (1) $\quad \frac{72y-1}{72} + y = \frac{1}{18}$

$$\frac{72y-1+72y}{72} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{144y-1}{72} = \frac{1}{18} \mid \cdot 72$$

$$144y - 1 = 4$$

$$144y = 5$$

$$\boxed{y = \frac{5}{144}}$$, теперь найдем x

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$\left| \frac{x^2+x-2}{x+2} \right| = a^2+1$$

Разложим числитель на множители

$x^2+x-2 = (x+2)(x-1)$

$$\left| \frac{(x+2)(x-1)}{x+2} \right| = a^2+1$$

$$|x-1| = a^2+1$$



$-(x-1) = a^2+1$

$-x+1 = a^2+1$

$-x = a^2$

$a^2 = -x$ |^2

$\sqrt{a} = \sqrt{-x}$

$x \le 0$

$x = a^2+2$

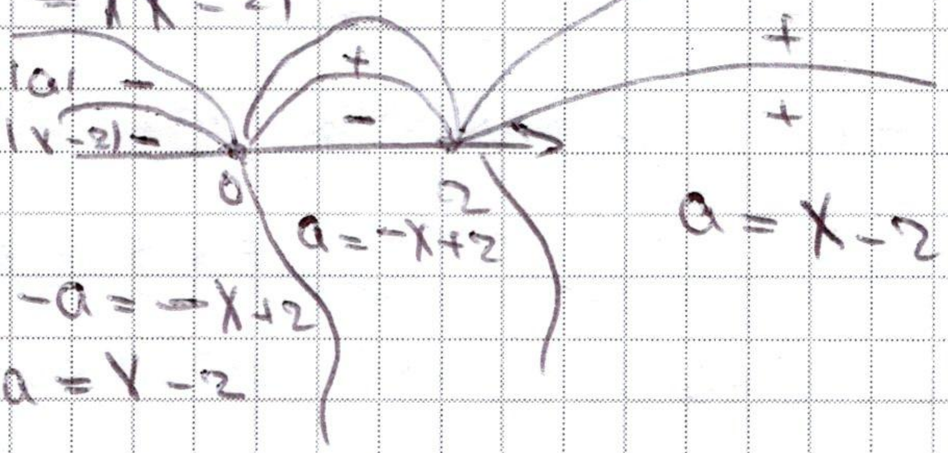
$x-2 = a^2$

$a^2 = x-2$ |^2

$a \ge \sqrt{x-2}$

$\sqrt{a} = \sqrt{x-2}$

$|a| = |x-2|$



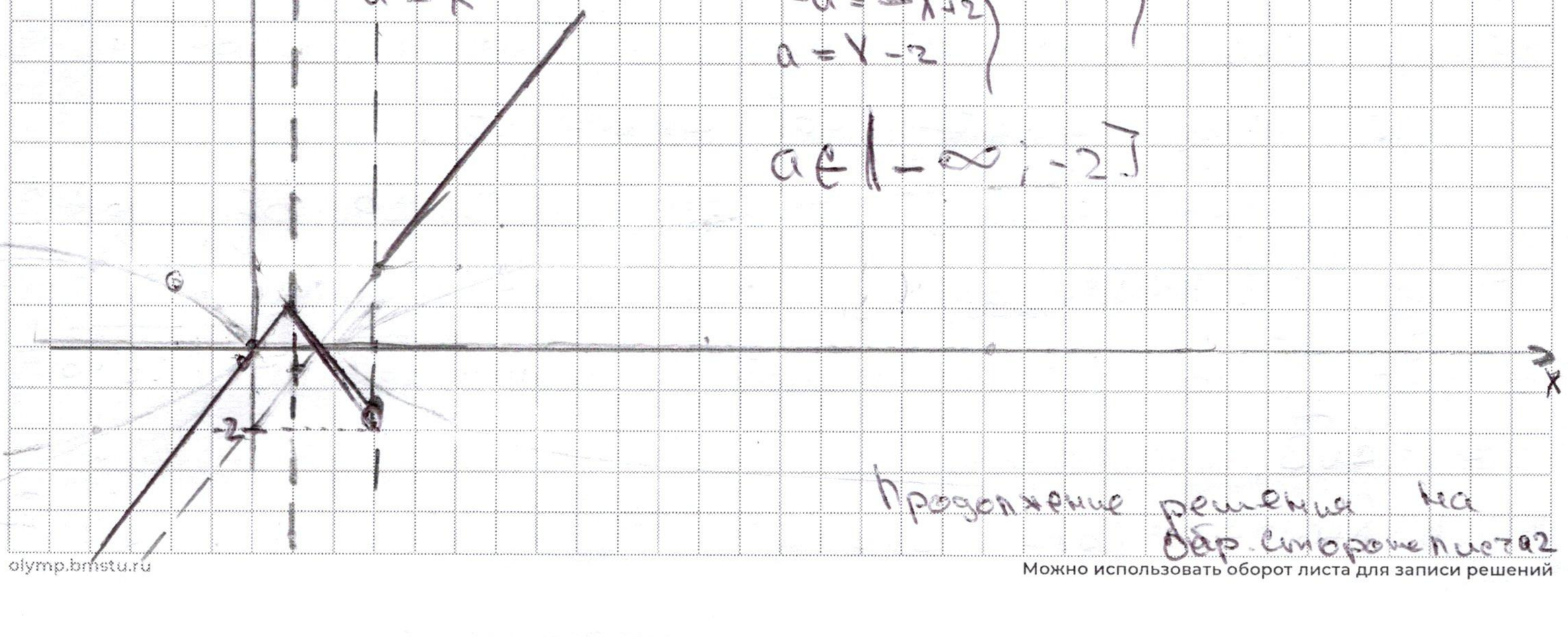
$a = -x+2$

$a = x-2$

$-a = -x+2$

$a = x-2$

$a \in (-\infty; -2]$

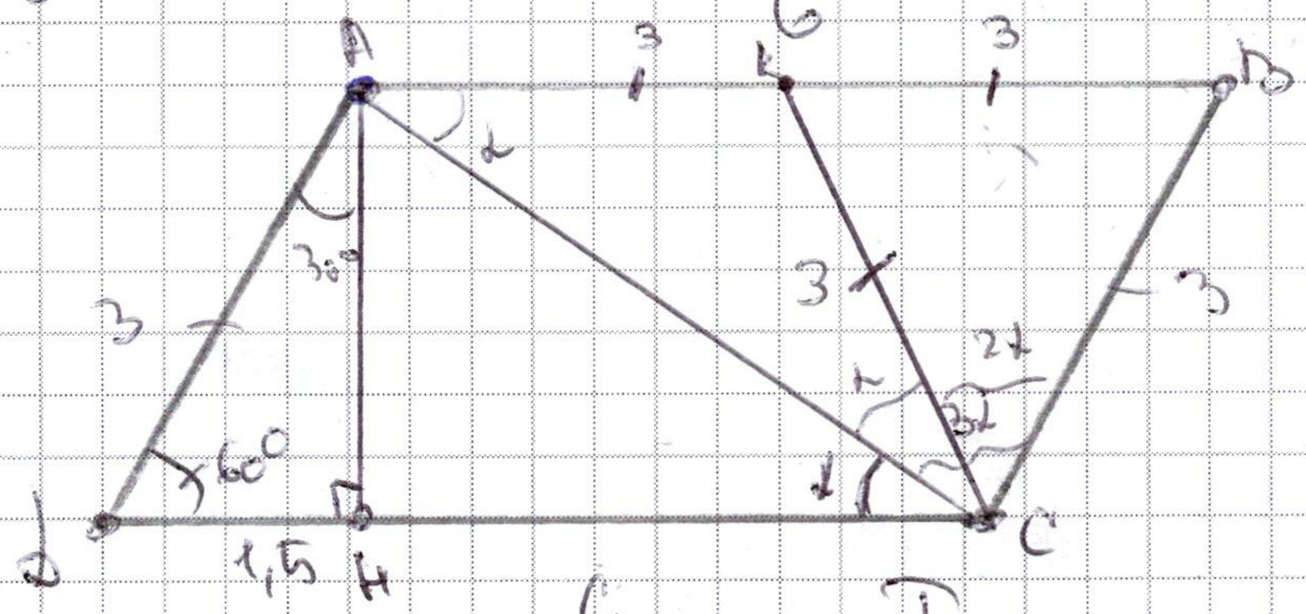


Продолжение решения на обр. стороне листа 2

$a \in (-\infty; -2]$

Ответ: при $a \in (-\infty; -2]$.

№ 3



$\frac{\angle BCA}{\angle ACD} = 3$.

Решение:

а) Обозначим $\angle ACD$ за α, тогда $\angle BCA = 3\alpha$, тогда $\angle BCD = 4\alpha$, а $\angle ABC = \angle ADC = 180 - 4\alpha$

2) Проведем биссектрису $\angle BCD$, пусть биссектриса - Ck, тогда $\angle kCD = \angle BCk = 2\alpha$ (по опр), тогда $\angle kCA = 2\alpha - \alpha = \alpha$, ΔkCB - р/б (по признаку), тогда $kB = BC = 3$, тогда $Ak = 6 - 3 = 3$

3) $\angle kAC = \angle ACD = \alpha$ (как накрест лежащие), тогда $\Rightarrow \Delta AkC$ - р/б (по признаку), тогда $kC = Ak = 3$, тогда ΔkBC - равносторонний (по опр), тогда $\angle BCk = 60^\circ$ (по выводу), тогда $2\alpha = 60^\circ$, а $\alpha = 30^\circ$, тогда $\angle BCD = 120^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$.

4) Проведем высоту AH, $\angle HAD = 30^\circ$ ($\angle ADC = 90 - 60 = 30^\circ$) $\Rightarrow$ $\Rightarrow HD = \frac{1}{2} AD$ (по свойству), тогда $HD = 1,5$, тогда $AH^2 = 3^2 - 1,5^2 = 9 - 2,25 = 6,75$, тогда $AH = \sqrt{6,75} = \sqrt{2,25 \cdot 3} = 1,5\sqrt{3}$.

б) $S_{ABCD} = 6 \cdot 1,5\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ см^2

Ответ: $S_{ABCD} = 9\sqrt{3}$ см^2.

olymp.bmstu.ru

7) $\angle ABH = 30°$ (следует, что $\angle ABH = 30°$) $\Rightarrow$
$\Rightarrow AH = \frac{1}{2} AB \Rightarrow AH = 0,8$.

8) $\triangle AMB$ – р/б, MK – медиана $\Rightarrow$ MK – высота $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle MKB = 90°$

9) Обозначим $\angle ABH$ за γ, тогда $\angle BHA = 90 - \gamma$, тогда
$\angle KHB = 90 - \gamma$ (вертикальные)

10) $\triangle BKH$ – прямоугольный (это следует из п.8):
$\angle KHB + \angle KBH = 90°$ (по сумме острых углов прям. $\triangle$), тогда
если $\angle KBH = 60°$ (т.к $90 - \angle = 30°$), то $\Rightarrow \angle KHB = 90 - 30 = 60° \Rightarrow$
$\Rightarrow 90 - \gamma = 60° \Rightarrow \gamma = 30° = 90 - \angle$

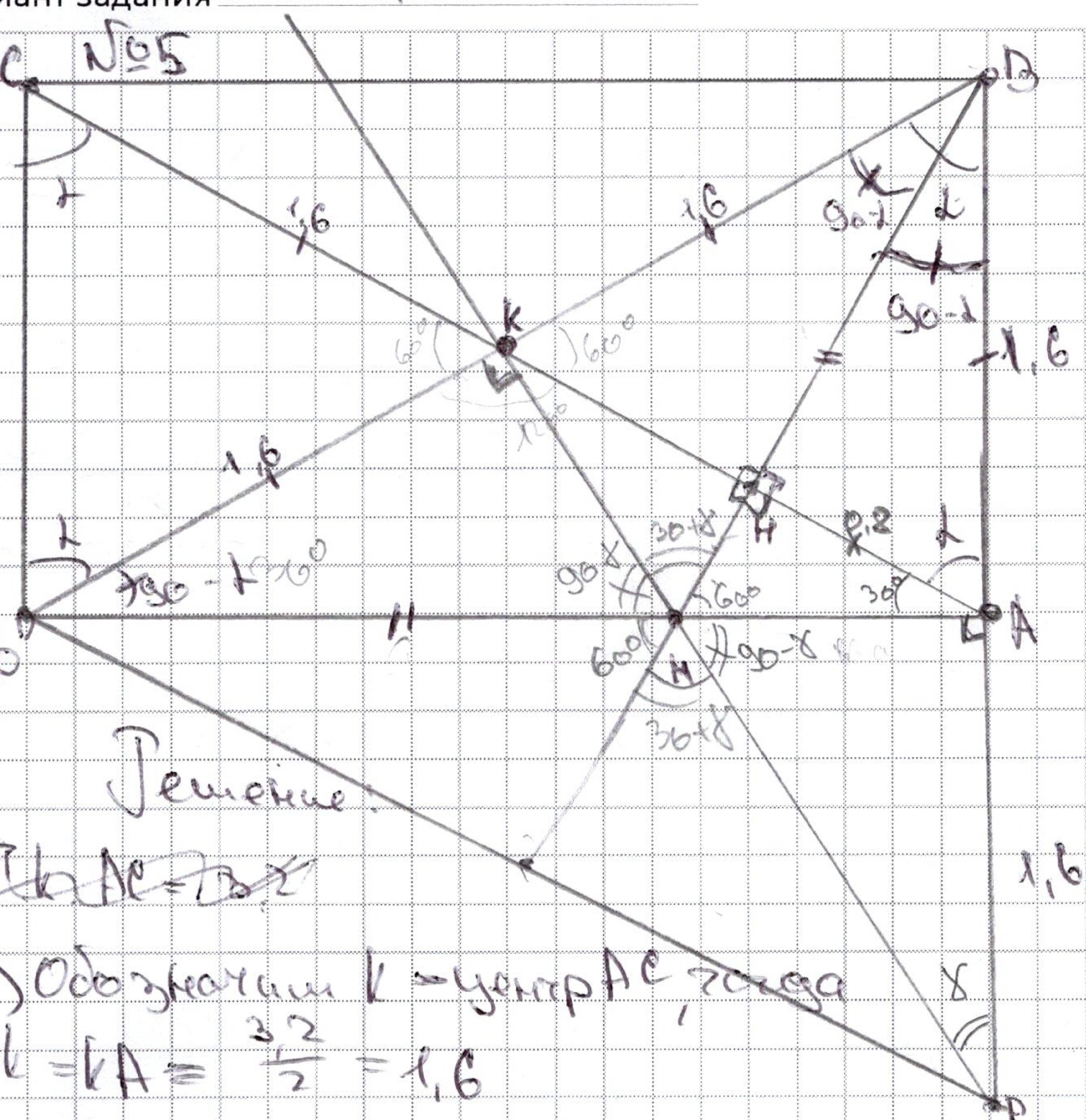
11) $\triangle BHB$, $\angle ABH = 30°$ и $\angle AHB = 30° \Rightarrow \triangle BHB$ – р/б
(по признаку) $\Rightarrow$ HA – медиана и биссектриса (т.к она высота
по св-ву) $\Rightarrow BA = AP = 1,6$.

~~Ответ: $AH = 0,8$; $AP = 1,6$~~

12) $\triangle BAP$, т.к $MA \perp PB$ и $BA = AP$ (по п.11), то $\Rightarrow$
$\Rightarrow \triangle BPP$ – р/б (по признаку) $\Rightarrow BP = PP = 3,2$.

Ответ: $AH = 0,8$; $BP = 3,2$

№5



ABCФ - прямоуг
AC = 3,2
BM = MФ
Найти: AH, PФ.

Решение:

~~1) Т.к. AC = 3,2~~

1) Обозначим K - центр AC, тогда CK = KA = $\frac{3,2}{2}$ = 1,6

2) Проведем ФB, т.к. ABCФ - прямоугольник (по усл), то => ФK = KB = KA = CK = $\frac{3,2}{2}$ = 1,6, тогда △CKФ и △ABK - р/б => ∠ФCK = ∠KФC = ∠KBA = ∠KAB = α

3) △ФMB - р/б (по усл ФM = MБ) тогда ∠BФM = ∠ФBM = 90 - α

4) △BHA - прямоугольный, => ∠ABH = 90 - α

5) из п.3 и п.4 получим уравнение

$$90 - \alpha + 90 - \alpha = \alpha$$
$$180 - 2\alpha = \alpha$$
$$3\alpha = 180^\circ$$
$$\alpha = 60^\circ$$

6) △KBA - р/б, т.к. BH - биссектриса (∠KBH = ∠ABH) и BH - высота => => KB = BA = 1,6

Продолжение решение на обр стороне